

**Problema 1** Se consideră problema de programare liniară în formă generală

$$PL - \min : \begin{cases} \min(x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5) \\ 6x_1 + 8x_2 + x_3 + 4x_5 \leq 10 \\ 4x_1 + 5x_3 + 3x_4 = 2 \\ 2x_2 + 4x_3 + 7x_4 + 6x_5 \geq -3 \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 \leq 5 \\ x_1, x_2 \geq 0, x_3 \text{ arbitrar}, x_4, x_5 \leq 0 \end{cases} \quad (1)$$

Să se scrie problema în forma standard.

*Soluție.* Mai întâi facem substituțiile pentru necunoscutele inițiale.

Necunoscutele  $x_1$  și  $x_2$ , care sunt supuse condițiilor de nenegativitate, le corespund necunoscute de același tip:

$$x_1 = y_1 \geq 0, \quad x_2 = y_2 \geq 0.$$

Necunoscuta  $x_3$ , care este arbitrară, deci nu este supusă niciunei condiții referitoare la semn, va fi înlocuită cu o diferență de două necunoscute nenegative

$$x_3 = y_3 - y_4, \quad \text{cu } y_3, y_4 \geq 0.$$

Pentru necunoscutele  $x_4$  și  $x_5$ , care sunt supuse condiției de nepozitivitate, facem substituțiile

$$x_4 = -y_5 \quad \text{și} \quad x_5 = -y_6, \quad \text{cu } y_5, y_6 \geq 0.$$

Pentru a transforma restricțiile în ecuații, pentru restricțiile care sunt inecuații vom mai adăuga necunoscute nenegative:

- la prima inecuație, care este cu " $\leq$ ", adăugăm în membrul stâng termenul  $+y_7$ , cu  $y_7 \geq 0$ ;
- la a treia restricție, care are " $\geq$ ", adăugăm în membrul stâng termenul  $-y_8$ , cu  $y_8 \geq 0$ ;
- la ultima inecuație, care este cu " $\leq$ ", adăugăm în membrul stâng termenul  $+y_9$ , cu  $y_9 \geq 0$ .

Problema (1) devine

$$PL - \min : \begin{cases} \min(y_1 + 2y_2 + y_3 - y_4 - y_5 - 2y_6) \\ 6y_1 + 8y_2 + y_3 - y_4 - 4y_6 + y_7 = 10 \\ 4y_1 + 5y_3 - 5y_4 - 3y_5 = 2 \\ 2y_2 + 4y_3 - 4y_4 - 7y_5 - 6y_6 - y_8 = -3 \\ 2y_1 + 4y_2 + 3y_3 - 3y_4 + 2y_5 - y_6 + y_9 = 5 \\ y_j \geq 0, j = \overline{1, 9} \end{cases} \quad (2)$$

Restricția a treia din problema (2) are termenul liber negativ, deci vom înmulți ecuația 3 cu  $-1$ . Obținem astfel forma standard a problemei (1):

$$PL - \min : \begin{cases} \min(y_1 + 2y_2 + y_3 - y_4 - y_5 - 2y_6) \\ 6y_1 + 8y_2 + y_3 - y_4 - 4y_6 + y_7 = 10 \\ 4y_1 + 5y_3 - 5y_4 - 3y_5 = 2 \\ -2y_2 - 4y_3 + 4y_4 + 7y_5 + 6y_6 + y_8 = 3 \\ 2y_1 + 4y_2 + 3y_3 - 3y_4 + 2y_5 - y_6 + y_9 = 5 \\ y_j \geq 0, j = \overline{1, 9} \end{cases} . \quad (3)$$